

10. POMIAR ROZWARCIA WIERZCHOŁKA PĘKNIĘCIA (RWP), KĄTA ROZWARCIA PĘKNIĘCIA (KRP) I KĄTA ROZWARCIA WIERZCHOŁKA PĘKNIĘCIA (KRWP)*

Liniowo-sprężysta mechanika pękania (LSMP) może być stosowana, gdy nieliniowa deformacja materiału sprowadza się co najmniej do małego obszaru wokół wierzchołka szczeliny. Dla wielu materiałów jest niemożliwe opisanie procesu pękania przy wykorzystaniu LSMP. W tym celu wykorzystuje się sprężysto-plastyczną mechanikę pękania (SPMP). Podstawy teoretyczne nieliniowej mechaniki pękania wykorzystuje się do określenia kryterium pękania dla materiałów z większą strefą plastyczną wokół wierzchołka szczeliny niż dopuszcza to LSMP. Pierwszym z kryterium ze stosowanych dla materiałów plastycznych było kryterium *rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia* (RWP). W literaturze angielskiej spotyka się określenie CTOD (crack tip opening displacement). Zaproponował je Wells [1].

Bardziej szczegółowo wielkość ta zostanie omówiona w rozdziale 10.1.

Innymi wielkościami stosowanymi do budowy kryteriów zniszczenia dla materiałów plastycznych są: *kąt rozwarcia pęknięcia* – KRP (z ang. COA – crack opening angle) oraz *kąt rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia* – KRWP (z ang. CTOA – crack tip opening angle).

Kąt rozwarcia pęknięcia jest parametrem geometrycznym. Określa zmiany kształtu próbki w okolicy powierzchni pęknięcia w trakcie propagacji szczeliny.

Kąt rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia posiada dobrą interpretację fizyczną jako miara stanu odkształcenia materiału w okolicach wierzchołka szczeliny.

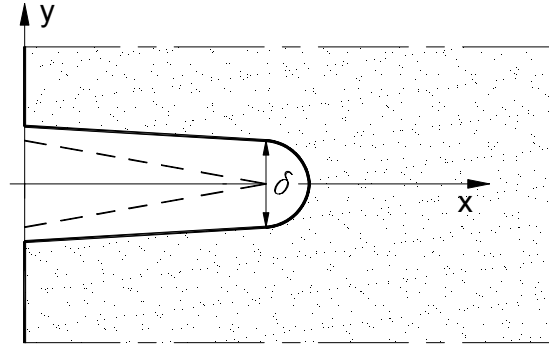
Obie te wielkości omówione zostaną w rozdziale 10.2

Wielkość *KRWP* zwróciła na siebie uwagę ze względu na fakt, że zachowywała stałą wartość (obliczoną numerycznie lub zmierzoną doświadczalnie) w czasie stabilnego wzrostu pęknięcia. Cecha ta różniącą kąt rozwarcia pęknięcia od innych wielkości wykorzystywanych w budowaniu krzywych *R* sugerowała, że być może *KRWP* lub *KRP* mogą być parametrami materiałowymi, charakteryzującymi stabilny wzrost pęknięcia.

10.1. ROZWARCIE WIERZCHOŁKOWE PĘKNIĘCIA – RWP

Przed momentem inicjacji pęknięcia następuje stępienie plastyczne szczeliny ostrej. W wyniku tępienia następuje rozwarcie szczeliny do wartości przemieszczenia δ w jej umownym wierzchołku. Sytuację tą obrazuje rysunek 10.1.

* Opracował: Robert Molasy



Rys. 10.1. Rozwarcie wierzchołka szczeliny wskutek stępienia

W swojej pracy Wells [1] przedstawił przybliżoną analizę RWP dla materiałów plastycznych. Motywacją był istniejący związek pomiędzy RWP i współczynnikiem intensywności naprężeń K_I dla przypadku uplastycznienia bliskiego zasięgu. Jeżeli założymy, że przed wierzchołkiem szczeliny istnieje strefa plastyczna o promieniu r_p , (porównaj rys. 10.2) to efektywne rozwarcie powierzchni szczeliny w pobliżu jej wierzchołka możemy obliczyć w różny sposób. Jeden z nich to tzw. model Irwina [2] (opisany także w [3]). Założono w nim, że na skutek istnienia strefy plastycznej wierzchołek szczeliny przesunięty zostaje (umownie) w okolice jej środka. Wówczas przemieszczenie u_y (rys. 10.2) obliczamy ze wzoru:

$$u_y = \frac{k+1}{2\mu} \cdot K_I \sqrt{\frac{r_p}{2\pi}} \quad (10.1)$$

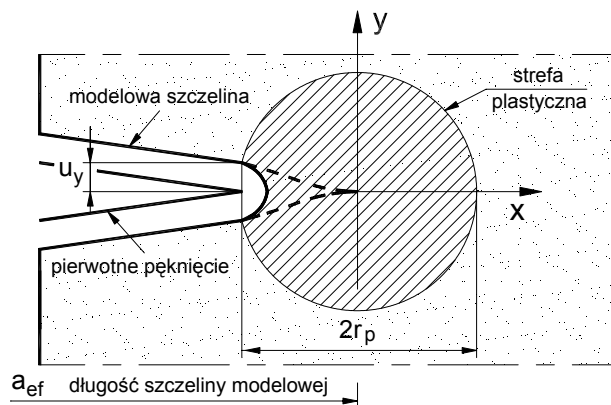
gdzie: $k = 3-4\nu$ dla p.s.o. i $k = (3-\nu)/(1+\nu)$ dla p.s.n,
 μ – moduł ścinania,
 ν – współczynnik Poissona.

Według wzoru (10.1) u_y jest mierzone dla $r = r_p$.

Dla płaskiego stanu naprężenia promień strefy plastycznej wyraża się wzorem (6.3). Wstawiając równanie (6.3) do równania (10.1) otrzymujemy:

$$\delta_T = 2 \cdot u_y = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{K_I^2}{\sigma_y \cdot E} \quad (10.2)$$

gdzie δ_T jest rozwarciem wierzchołkowym pęknięcia RWP.



Rys. 10.2. Określenie RWP przy istnieniu strefy plastycznej przed wierzchołkiem szczeliny wg modelu Irwina

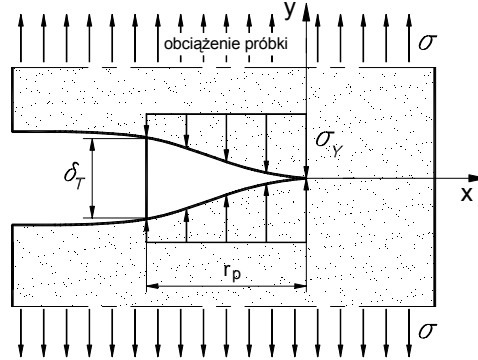
Zwróćmy uwagę na jednoznaczną zależność pomiędzy δ_T i współczynnikiem intensywności naprężeń K_I . Nie stoi więc nic na przeszkodzie, aby zaproponować analogiczne do (6.4) kryterium pęknięcia:

$$\delta_T = \delta_{TC} \quad (10.3)$$

Inny ciekawy model zaproponowany został przez Dugdalea w 1960 roku [4]. Nazywany jest modelem Dugdalea lub modelem pasma plastycznego (zaletą modelu jest wyeliminowanie osobliwości naprężeń przed wierzchołkiem szczeliny). Plastyczną strefę o kształcie klinowym przed wierzchołkiem szczeliny modelowano przez zastąpienie jej jednowymiarowym obszarem wewnątrz którego panuje jedno-rodne naprężenie ściskające o wartości równej granicy plastyczności. Szczelinę wydłuża się więc o długość strefy plastycznej. W obszarze tym naprężenie równa się granicy plastyczności σ_Y (por. rys. 10.3). RWP jest definiowane jako wierzchołkowe rozwarcie szczeliny przy końcu pasma strefy plastycznej. Sytuację tą obrazuje rysunek 10.3.

Zgodnie z założeniem powyższego modelu wg którego naprężenia przed wierzchołkiem wydłużonej szczeliny są skończone ($WIN = 0$, $WIN = K_v + K_a = 0$, gdzie K_v jest WIN dla próbki obciążonej z zewnątrz i dla szczeliny o długości $a + r_p$, K_a jest WIN dla próbki ze szczeliną o długości $a + r_p$ i obciążonej naprężeniem ściskającym σ_Y na długości r_p) otrzymujemy wyrażenie dla obliczenia r_p oraz δ_T

$$\delta_T = \frac{8 \cdot \sigma_{YS} \cdot a}{\pi \cdot E} \cdot \ln \sec \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{YS}} \right) \quad (10.4a)$$



Rys. 10.3 . Określenie RWP przy pomocy modelu pasma plastycznego

Rozłóżmy funkcję logarytmiczną w szereg:

$$\ln \sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_Y}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_Y}\right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_Y}\right)^4 + \dots \quad (10.4b)$$

gdzie a jest długością szczeliny.

Dla uplastycznienia bliskiego zasięgu $\sigma \ll \sigma_Y$, co zwykle następuje po podstawieniu do (10.4a) pierwszego członu zależności (10.4b), otrzymamy uproszczone wyrażenie w postaci:

$$\delta_T = \frac{K_I^2}{\sigma_Y \cdot E} \quad (10.5)$$

Jest to niemal identyczne wyrażenie do tego otrzymanego przez Irwina. Więcej szczegółów na ten temat można znaleźć w rozdz. 3.2.8 w [5].

Dla uplastycznienia bliskiego zasięgu wartość δ_T można obliczyć poprzez wyznaczenie doświadczalnie wartości współczynnika intensywności naprężeń. Dla pełnego uplastycznienia próbki nie jest już to możliwe. Istnieje natomiast zależność pomiędzy całką J i δ_T :

$$\delta_T = d_n \cdot \frac{J}{\sigma_Y} \quad (10.6)$$

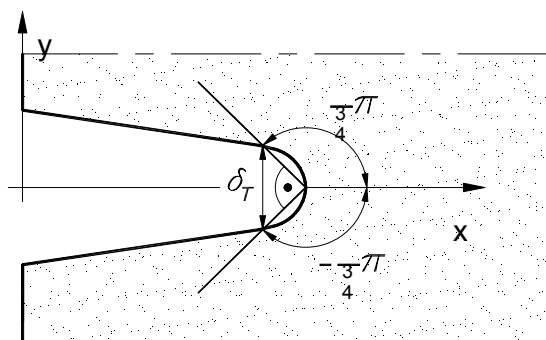
gdzie d_n zależy od parametrów krzywej Ramberga–Osgooda.

W postaci wykresłej podano wartości d_n na rys. 4.2 w [5].

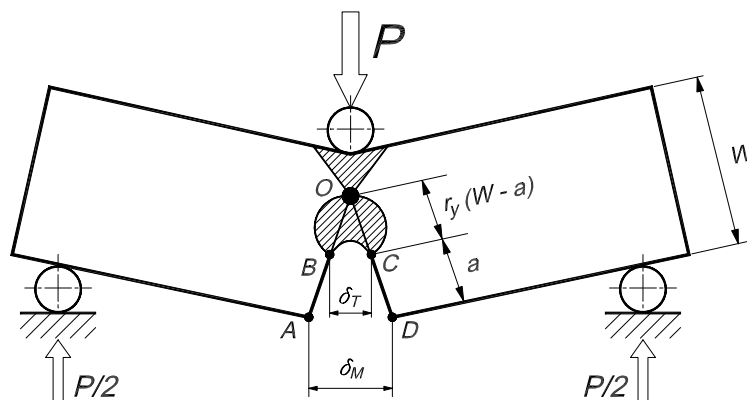
Obliczenie δ_T jest więc możliwe. Aby skorzystać z kryterium (10.3) należy wyznaczyć doświadczalnie wartości δ_T w momencie inicjacji pęknięcia.

Model Dugdalea zakłada warunki płaskiego stanu naprężenia i materiał bez wzmocnienia odkształceniowego.

Modele Irwina czy Dugdalea w sposób jednoznaczny określają miejsce, w którym obliczano RWP. Dla innych modeli lub przy wykorzystaniu metody elementów skończonych, miejsce w którym oblicza się RWP wyznaczone jest jako przecięcie się prostych zaczepionych w fizycznym wierzchołku szczeliny z jej profilem, przy czym proste te wykreśla się pod kątem $\pm 3/4 \pi$ w stosunku do osi, jak pokazano na rysunku 10.4.



Rys. 10.4. Graficzne określenie RWP



Rys. 10.5. Określenie RWP dla próbki trójpunktowo zginanej przy wykorzystaniu modelu przegubu plastycznego

Na rysunku 10.5 przedstawiono koncepcję wykorzystania tzw. „przegubu plastycznego” do wyznaczenia wierzchołkowego rozwarcia szczeliny przy pełnym uplastycznieniu próbki). Zakładamy, że próbka jest sztywna na zewnątrz obszaru

plastycznego i – uginając się – obraca się wokół przegubu plastycznego (punkt „0” na rys. 10.5). Dokonujemy pomiaru rozwarcia szczeliny na brzegu próbki w punktach „D” i „A”

Z podobieństwa trójkątów AOD i BOC wynika, że:

$$\frac{\delta_T}{r_y \cdot (W - a)} = \frac{\delta_M}{r_y \cdot (W - a) + a} \quad (10.7)$$

Tak więc otrzymujemy:

$$RWP = \delta_T = \frac{r_y \cdot (W - a) \cdot \delta_M}{r_y \cdot (W - a) + a} \quad (10.8)$$

gdzie:

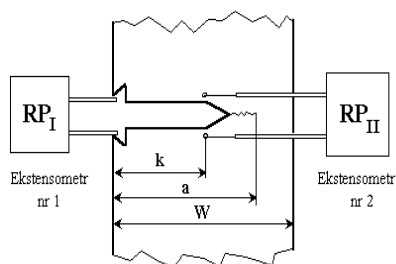
r_y – współczynnik, który przyjęty jest w normach jako wielkość stała (w normach: brytyjskiej $r_y = 0,40$, w amerykańskiej $r_y = 0,44$ dla próbek trójpunktowo zginanych),

RP – jest rozwarciem szczeliny na brzegu próbki.

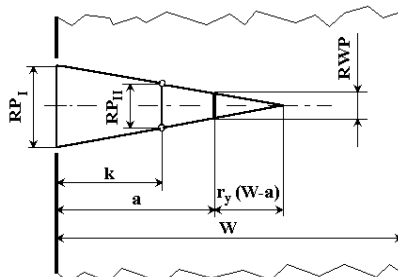
Model ten jest prawidłowy dla pełnego uplastycznienia niepękniętego odcinka przed wierzchołkiem szczeliny.

W laboratorium Katedry PKM dokonano również numerycznej oceny wielkości r_y przy wykorzystaniu programu „ADINA” [6]. Stwierdzono faktyczną stałość r_y i to niemal od samego początku procesu zginania próbki, czyli od momentu, gdy nie była w pełni uplastyczniona.

Obliczenia RWP można dokonać również ze wzoru (10.9) wykorzystując koncepcję zastosowania dwóch ekstensometrów (por. rys. 10.6).



Rys. 10.6. Schemat pomiaru rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia



Rys. 10.7. Schemat dla obliczania RWP

Powyższe podejście pozwoliło na obliczenie r_y a nie przyjmowanie jego wartości. Wykorzystano analizę trójkątów podobnych (pomiar r_y a nie przyjęcie stałych

wartości spowodowany był informacjami w literaturze, że r_y nie jest stałe i przyjmuje wartości aż do 0,68 [7]).

Rejestrując sygnały z dwóch czujników rozwarcia pęknięcia RP_I i RP_{II} oraz mierząc dwa wymiary k i a (za pomocą mikroskopu warsztatowego) rozwarcie wierzchołkowe pęknięcia obliczamy z poniższego wzoru (porównaj rys. 10.7):

$$\delta_T = RP_I - \frac{a}{k} \cdot (RP_I - RP_{II}) \quad (10.9)$$

współczynnik r_y obliczamy zaś ze wzoru:

$$r_y = \frac{k}{W - a} \cdot \frac{\delta_T}{RP_I - RP_{II}} \quad (10.10)$$

Wstawiając zależność (10.9) do (10.10) otrzymujemy:

$$r_y = \frac{1}{W - a} \cdot \left(\frac{RP_I \cdot k}{RP_I - RP_{II}} - a \right) \quad (10.11)$$

Podczas ćwiczeń będziemy śledzić wartości r_y i wyciągać wnioski dotyczące metody i kryterium.

10.2. METODA OKREŚLANIA KRP i KRWP

W najogólniejszej postaci wartości kąta rozwarcia pęknięcia (KRP) i kąta rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia (KRWP) wyrażone są wzorami:

$$KRP = \frac{\Delta(RP)_i}{\Delta(a)_i} \quad (10.12)$$

$$KRWP = \frac{\Delta(RWP)_i}{\Delta(a)_i} \quad (10.13)$$

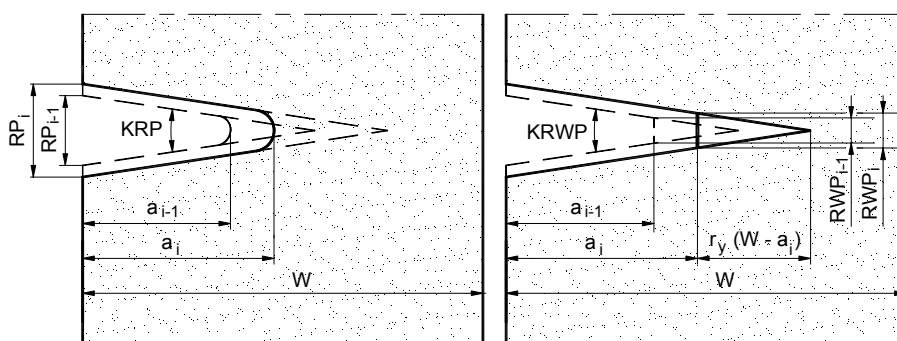
gdzie:

- $\Delta(RP)_i$ – przyrost rozwarcia pęknięcia w czasie propagacji szczeliny,
 - $\Delta(RWP)_i$ – przyrost rozw. wierzchołka pęknięcia w czasie propagacji szczeliny,
 - $\Delta(a)_i$ – aktualnym przyrost długości szczeliny,
- indeks i oznacza kolejny krok pomiarowy.

Należy podkreślić, iż rozwarcie pęknięcia można mierzyć w dowolnym miejscu na długości szczeliny. Ze względów praktycznych w pracy wykorzystywano sygnał z czujnika rozwarcia pęknięcia RP_I umieszczonego na brzegu próbki.

Kąt rozwarcia pęknięcia i kąt rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia mierzone są w sposób pośredni, wykorzystując sygnały: zmiana potencjału (w celu zmierzenia aktualnej długości pęknięcia), zmiana siły obciążającej, przemieszczenie punktu przyłożenia siły oraz rozwarcie szczeliny mierzone dwoma ekstensometrami RP_I i RP_{II} .

Schemat obliczania kąta rozwarcia pęknięcia przedstawiono na rysunku 10.8, zaś kąta rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia na rysunku 10.9.



Rys. 10.8. Schemat obliczania KRP

Rys. 10.9. Schemat obliczania KRWP

Znając wartości rozwarcia pęknięcia RP , rozwarcia wierzchołka pęknięcia RWP i długości szczeliny a w trakcie jej propagacji możemy wyznaczyć wartości kąta rozwarcia pęknięcia i kąta rozwarcia wierzchołka pęknięcia, które przyjmują postać:

$$KRP = \frac{RP_i - RP_0}{a_i - a_0} \quad (10.14)$$

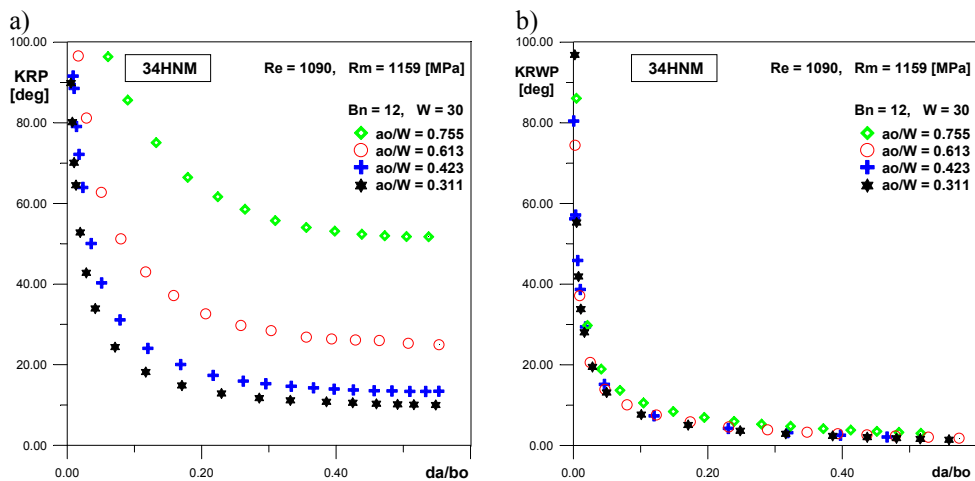
$$KRWP = \frac{RWP_i - RWP_0}{a_i - a_0} \quad (10.15)$$

gdzie:

RP_i , RWP_i i a_i – bieżące wartości,

RP_0 , RWP_0 i a_0 – wartości w momencie inicjacji wzrostu szczeliny.

Na rysunku 10.10 przedstawiono wykresy KRP (a) i KRWP (b) w funkcji przyrostu szczeliny w odniesieniu do długości niepękniętego odcinka próbki tj. $\Delta a/b_0$ (po okresie rozwarcia szczeliny zmęczeniowej). Jest to podejście, które nazywamy globalnym ze względu na określenie kąta rozwarcia wierzchołka pęknięcia w stosunku do długości szczeliny w momencie inicjacji.



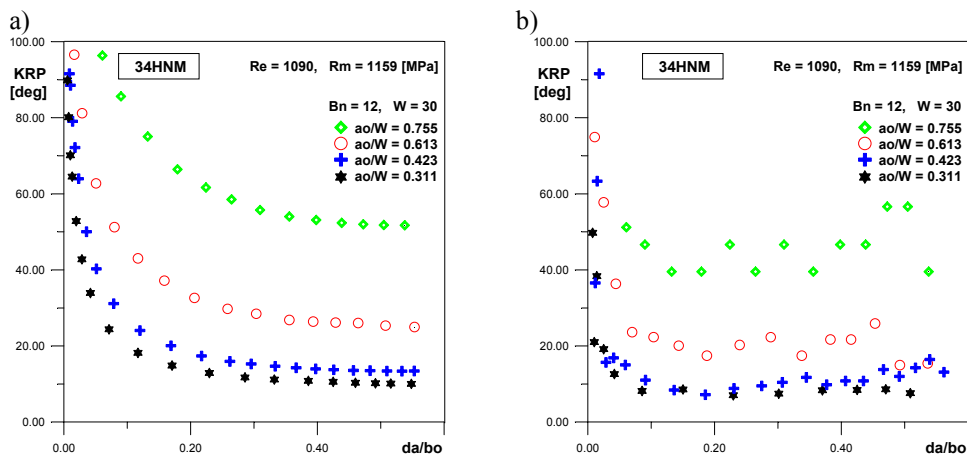
Rys. 10.10. Wykresy: a) KRP, b) KRWP przy różnej długości szczeliny początkowej a_0/W w funkcji $\Delta a/b_0$ dla materiału 34 HNM

Można również wykorzystać definicję o charakterze lokalnym w czasie, gdzie wartości rozwarcia pęknięcia (RP), rozwarcia wierzchołka pęknięcia (RWP) i długości szczeliny w jednym kroku są odniesione do wartości w kroku poprzednim.

$$KRP_L = \frac{RP_i - RP_{i-1}}{a_i - a_{i-1}} \quad (10.16)$$

$$KRWP_L = \frac{RWP_i - RWP_{i-1}}{a_i - a_{i-1}} \quad (10.17)$$

Tak zwane lokalne podejście prowadzi do względnie dużego rozrzutu wyników. Zwiększenie kroku „próbkiowania” zmniejsza rozrzuty, ale ich nie eliminuje. Na rysunku 10.11 przedstawiono wykres kąta rozwarcia pęknięcia według podejścia globalnego i lokalnego.



Rys. 10.11. Wykres KRP dla materiału 34 HNM przy różnej długości szczeliny początkowej a_0/W według podejścia a) globalnego, b) lokalnego

Kąt rozwarcia pęknięcia jest interesującym parametrem ze względu na fakt, że zachowuje prawie stałą wartość przy niemal całym zakresie propagacji szczeliny (z wyjątkiem pierwotnego przejściowego okresu wzrostu).

Im materiał jest bardziej plastyczny tym okres przejściowy jest większy (np. w przypadku stali 18G2A). Im szczelina początkowa jest dłuższa i materiał bardziej plastyczny, tym wartości KRP są większe.

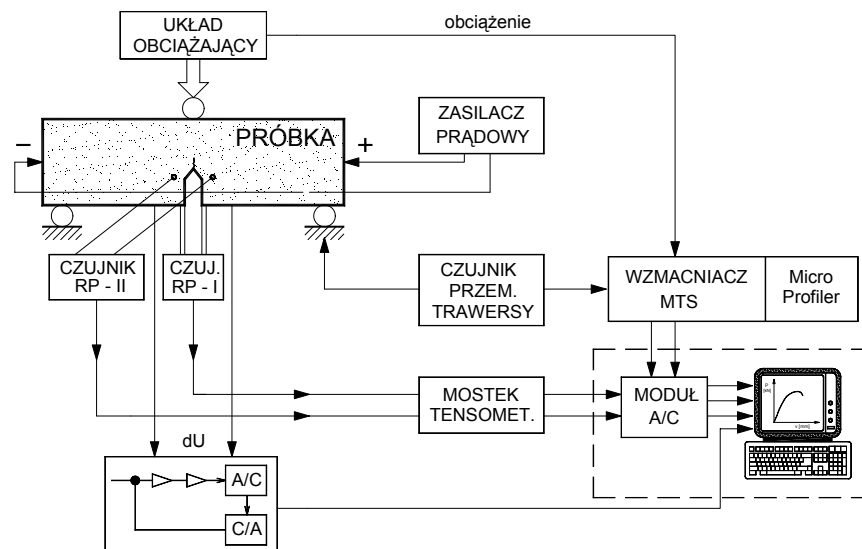
Grubość próbek praktycznie nie ma wpływu na wartość kąta rozwarcia pęknięcia w warunkach płaskiego stanu odkształcenia.

10.3. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z metodyką wyznaczania:

- 1) rozwarcia wierzchołka pęknięcia w oparciu o normę, jak również przy wykorzystaniu dwóch ekstensometrów, by nie przyjmować r_y jako wartości stałej,
- 2) kąta rozwarcia pęknięcia oraz kąta rozwarcia wierzchołka pęknięcia według podejścia lokalnego jak i globalnego.

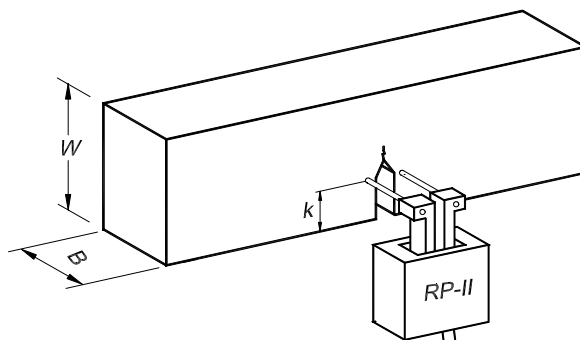
Określony zostanie wpływ wymiarów próbki takich, jak grubość, szerokość, początkowa długość pęknięcia na przebieg krzywych R np. $KRWP = f(\Delta a)$, charakteryzujących odporność materiałów na pękanie.



Rys. 10.12. Schemat stanowiska do wyznaczania *RWP*, *KRP* i *KRWP*

10.4. STANOWISKO BADAWCZE

Schemat stanowiska badawczego pokazano na rysunku 10.12. Próbkę zamocowaną w uchwytach, poddawana jest obciążeniu za pomocą maszyny testującej. Sterowanie odbywa się programowo za pomocą sterownika (MicroProfiler) w warunkach kontrolowanego przemieszczenia.



Rys. 10.13. Sposób mocowania czujnika rozwarcia RP-II

Czujnik rozwarcia pęknięcia RP-I mocowany jest w sposób pokazany na rysunku 6.7. Natomiast czujnik RP-II umieszczony przy dnie karbu. Sposób jego mocowania przedstawiono na rysunku 10.13. Obydwa czujniki są ekstensometrami

blaszkowymi i w sposób ciągły mierzą rozwarcie szczeliny w punktach ich mocowania. Sygnały elektryczne (napięcia) z ekstensometrów wzmacniane są przez wzmacniacz mostka tensometrycznego, a następnie przekazywane na wejście modułu analogowo–cyfrowego zamontowanego w komputerze. Do modułu tego doprowadzany jest także sygnał napięciowy (z maszyny testującej) odpowiadający sile obciążającej.

10.5. PRZEBIEG ĆWICZENIA

W celu wykonania próby należy:

- 1° Dokonać pomiaru rozmiarów próbki:
 - grubości próbki B w (cm),
 - szerokości próbki W w (cm).
- 2° Dokonać kalibracji ekstensometrów do pomiaru rozwarcia powierzchni pęknięcia RP–I i RP–II.
- 3° Zamocować na próbce nakładki nożowe (w przypadku gdy ekstensometr jest mocowany tak, jak na rys. 6.7a).
- 4° Wybrać odpowiednie zakresy pracy maszyny wytrzymałościowej (zakres przemieszczenia siłownika i obciążenia).
- 5° Ustawić w MicroProfilerze program sterujący próbą.
- 6° Sprawdzić czy sygnałem sterującym jest przemieszczenie trawersy, a następnie uruchomić maszynę wytrzymałościową. W przeciwnym razie przed ustawieniem próbki należy dokonać zmiany sygnału sterującego.
- 7° Ustawić próbkę w przyrządzie do trójpunktowego zginania i za pomocą elementów centrujących dokonać regulacji położenia podpór dolnych w stosunku do stempla górnego tak, aby osie wałków podporowych i stempla były równoległe.
- 8° Sprawdzić czy podkładki służące do odizolowania próbki są założone.
- 9° Wyregulować położenie trawersy maszyny tak, aby stempel górny po uruchomieniu maszyny przylegał do powierzchni próbki.
- 10° Zamocować ekstensometry.
- 11° Sprawdzić prawidłowość ustawienia próbki na podporach (symetrię w stosunku do stempla obciążającego oraz prostopadłość osi wzdłużnej próbki w stosunku do osi wzdłużnej stempla).
- 12° Sprawdzić prawidłowość kalibracji torów pomiarowych siły i rozwarcia pęknięcia.
- 13° Połączyć próbkę z zasilaczami prądowymi oraz dokonać kompensacji zera napięcia (potrzebne do wyznaczenia Δa metodą zmiany potencjału).
- 14° Dokonać zerowania sygnałów pomiarowych.
- 15° Uruchomić jednocześnie program sterujący (przycisk „RUN” na sterowniku MTS) oraz program do rejestracji wyników (klawisz F9).
- 16° Po przeprowadzeniu próby dokonać zapisu wyników pomiarowych.

- 17° Dokonać wygrzania próbki w temperaturze ok. 300°C (dla lepszego kontrastu przełomu).
- 18° Dołamać próbkę.
- 19° Dokonać pomiaru długości pęknięcia na przełomie próbki (karb plus pęknięcie zmęczeniowe przy wykorzystaniu mikroskopu warsztatowego w 10 płaszczyznach na każdej z dołamanych części próbki).

10.6. SPRAWOZDANIE

Opracowanie wyników z przeprowadzonej próby polega na narysowaniu wykresów rozwarcia wierzchołka pęknięcia i zmian wartości przegubu plastycznego r_y w funkcji przyrostu długości pęknięcia Δa oraz wykresów kąta rozwarcia pęknięcia i kąta rozwarcia wierzchołka pęknięcia w funkcji Δa .

Z przeprowadzonego ćwiczenia należy sporządzić sprawozdanie, które powinno zawierać:

- 1° Cele ćwiczenia.
- 2° Opis przebiegu przeprowadzonej próby.

Tabela 10.1

Informacje dotyczące próbki i warunków badania

Materiał próbki				
Kształt materiału wyjściowego				
Oznaczenie typu próbki				
Temperatura w czasie badania				
Szybkość przemiesz. stempla				
Numer próbki	σ_Y (MPa)	Rozmiary próbki		
		a (mm)	B (mm)	W (mm)
1.				
...				

3° Informacje dotyczące próbki i warunków badania takie, jak:

- materiał próbki,
- kształt materiału, z którego pobrano próbkę,
- oznaczenie kształtu próbki, oznaczenie siły (rozciąganie T, zginanie B) oraz kod orientacji płaszczyzny,
- temperatura w czasie badania,
- szybkość przemieszczenia stempla w (mm/s),
- geometria próbki (długość pęknięcia, grubość próbki, szerokość próbki),
- umowna granica plastyczności.

Powyższe informacje powinny być zawarte w tabeli (tabela 10.1).

4° Narysować wykresy:

- a) $RWP(\Delta a)$, b) $r_y(\Delta a)$,
- c) $KRP_G(\Delta a)$, d) c) $KRP_L(\Delta a)$,
- e) $KRWP_G(\Delta a)$, f) c) $KRWP_L(\Delta a)$.

5° Podsumowanie i wnioski.

Literatura

1. WELLS A. A.: Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture. *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, tom 1 (1961), Paper 84, Cranfield, UK, 1961
2. IRWIN G. R.: Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness. *Sagamore Research Conference Proceedings*, tom 4 (1961)
4. DUGDALE D. S.: Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*, tom 8 (1960), s. 100–104
5. NEMITZ A.: Mechanika pękania. Warszawa: PWN 1998
6. DROBENKO B., NEIMITZ A.: Numeryczna analiza stabilnego wzrostu pęknięć, *Archiwum Budowy Maszyn*, tom XLIII (1996), s. 141–151.
7. Kolendnik A.: An improved procedure for calculating COD in bend and CT specimens, *Engineering Fracture Mechanics*, tom 33 (1989), s. 823–826
8. ASTM E 1290–89 „Standard Test Method for Crack–Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement”
9. British Standard Institution BS 5762: 1979 „Methods for Crack opening displacement (COD) testing”