

8. CAŁKA J – POMIAR METODĄ WIELU PRÓBEK*

W rozdziale 6 zaprezentowano technikę pomiaru wielkości znanej jako **krytyczny współczynnik intensywności naprężeń**. W ściśle określonych warunkach, przy spełnieniu wymagań płaskiego stanu odkształcenia wielkość ta uznana została jako stała materiałowa, która gdy użyta w kryterium pęknięcia elementu konstrukcyjnego pozwala na ocenę krytycznego obciążenia przy danej długości zaobserwowanego pęknięcia, lub na ocenę krytycznych rozmiarów pęknięcia przy założonym zewnętrznym obciążeniu. Kryterium pęknięcia wykorzystujące pojęcie współczynnika intensywności naprężeń jest **wyłącznie** prawdziwe dla materiałów kruchych, dla których praktycznie nie obserwuje się odkształceń plastycznych. Jak wykazano w rozdziale 6 powyższe kryterium dopuszcza co najwyżej niewielką strefę plastyczną przed frontem pęknięcia, której długość r_p jest mniejsza niż jedna setna długości pęknięcia a . W innym przypadku materiał ma skłonność do pęknięcia, w którym ciągliwy charakter tego procesu zaczyna odgrywać istotną rolę aż do całkowitej dominacji nad mechanizmem pęknięcia kruchego. Wielkość strefy plastycznej staje się na tyle duża, że nie można już założyć, że materiał jest liniowo sprężysty. Prawo Hooke'a przestaje obowiązywać i obliczenia należy wykonać stosując związek konstytutywny dla ciał sprężysto-plastycznych lub plastycznych.

8.1. CAŁKA J – DEFINICJE, INTERPRETACJA FIZYCZNA

W zakresie plastycznym zależność pomiędzy składowymi tensorów odkształcenia i naprężenia nie jest już liniowa. Co więcej, bardzo często naprężenia zależą od sposobu w jaki obciąża się próbkę. Mówiąc inaczej zależą one od historii obciążania. Rozwiązanie tak zwanego problemu brzegowego staje się więc znacznie trudniejsze i niełatwo go uzyskać w postaci zamkniętej. Po raz pierwszy zagadnienie określenia pól naprężeń i odkształceń przed frontem szczeliny w materiale nieliniowym otrzymano w roku 1968. Dokonali tego niezależnie od siebie Hutchinson [1] oraz Rice i Rosengren [2]. Informację na ten temat można znaleźć również w rozdziałach 3.2.5, 4.2.1 i D.4.1 w [3]. Rozwiązanie to nazywa się dziś rozwiązaniem HRR. Problem rozwiązano dla materiału nieliniowo sprężystego opisanego związkiem konstytutywnym Ramberga-Osgooda:

$$\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_y} = \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^{n-1} \frac{s_{ij}}{\sigma_y} \quad (8.1)$$

gdzie α i n są stałymi materiałowymi, resztę symboli zdefiniowano w rozdziale 1.1.

* Opracował: Andrzej Neimitz

Powyższy związek konstytutywny przybiera znaną postać w przypadku jednoosiowego obciążenia gładkiej próbki:

$$\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_y} = \alpha \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_y} \right)^n \quad (8.2)$$

Sposób wyznaczenia stałych α i n podany został w rozdziale 5 (są to te same stałe co we wzorze (8.1). Dla takiego materiału rozwiązanie HRR ma postać:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_y \left(\frac{J}{\alpha \sigma_y \varepsilon_y I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n), \\ \varepsilon_{ij} &= \alpha \varepsilon_y \left(\frac{J}{\alpha \sigma_y \varepsilon_y I_n r} \right)^{\frac{n}{1+n}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n), \\ u_i - \hat{u}_i &= \alpha \sigma_y r \left(\frac{J}{\alpha \varepsilon_y \sigma_y I_n r} \right)^{\frac{n}{1+n}} \tilde{u}_i(\theta, n). \end{aligned} \quad (8.3)$$

gdzie ε_y, σ_y zdefiniowano w rozdziale 1.1, I_n jest funkcją n i zależy od tego czy analizujemy p.s.n. czy p.s.o.

Wartości tej funkcji podano w tabeli i na wykresie w rozdziale 3.2.6 w [3]. Funkcje $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n)$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n)$, $\tilde{u}_i(\theta, n)$ zależą tylko od wykładnika n i kąta θ określającego położenie wybranego punktu względem płaszczyzny szczeliny (rys. 8.1). Funkcje te oblicza się numerycznie rozwiązując odpowiednie równanie różniczkowe a ich wartości można odczytać z wykresów w różnych podręcznikach (np. rozdz. 3.2.5 w [1]). Funkcje te mają uniwersalny charakter gdyż nie zależą od geometrii elementu. W powyższych wzorach odległość od wierzchołka szczeliny oznaczona jest przez r . Tak więc naprężenia i odkształcenia będąc proporcjonalne do:

$$\sigma_{ij} \approx \left(\frac{1}{r} \right)^{\frac{1}{1+n}}, \quad \varepsilon_{ij} \approx \left(\frac{1}{r} \right)^{\frac{n}{1+n}} \quad (8.4)$$

są osobliwe (wzrastają do nieskończoności gdy $r \Rightarrow 0$). Gdy materiał jest liniowo sprężysty to wówczas $n=1$ i osobliwość jest identyczna do tej prezentowanej w rozdziale 6. Gdy $n=\infty$ to mamy do czynienia z ciałem doskonale plastycznym (nie umacniającym się) i wówczas naprężenia są skończone przed frontem szczeliny a odkształcenia mają osobliwość typu: $1/r$. Aby móc ocenić jak szybko

naprężenia czy też odkształcenia zmierzają do nieskończoności należy znać amplitudę tej osobliwości, którą w tym przypadku oznaczono przez J . Dla przypomnienia, amplitudą osobliwych naprężeń i odkształceń w ciele liniowo sprężystym był współczynnik intensywności naprężeń oznaczony przez K_α gdzie $\alpha=I, II, III$ w zależności od sposobu obciążenia. Amplitudę osobliwych naprężeń i odkształceń dla ciał nieliniowych nazwano **całką J**. Dlaczego „całką” o tym za chwilę.

Całka J jest amplitudą osobliwych naprężeń i odkształceń przed frontem szczeliny w ośrodku nieliniowym wg. prawa Ramberga-Osgooda

To, że całka J jest amplitudą osobliwych naprężeń przed frontem szczeliny zostało ustalone trzy lata po tym jak wprowadzono wzory 8.3. Tymczasem pojęcie całki J znane było w mechanice pęknięcia od roku 1968 dzięki pracom Rice’a [4] i Czerepanowa [5]. Ogólna postać tej całki podana została poniżej:

$$J = \int_C w dx_2 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds = \int_C (wn_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,1}) ds \quad (8.5)$$

gdzie $w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^*$, $i, j = 1, 2, 3$ jest gęstością energii odkształcenia,

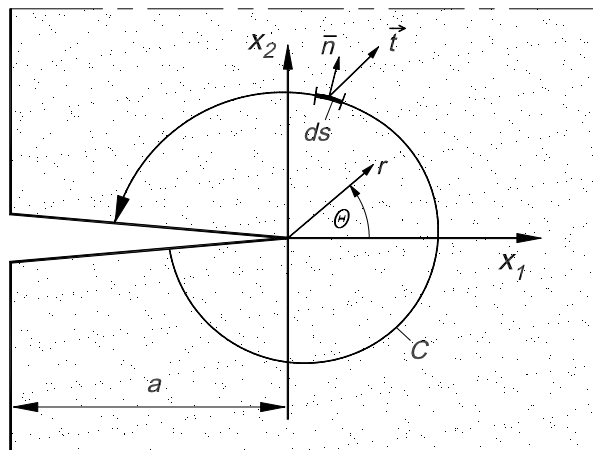
t_i jest wektorem naprężenia działającym na kontur C (patrz rys. 8.1), u_i jest wektorem przemieszczenia określonym w tym samym miejscu co wektor t_i , $t_i = \sigma_{ij} n_j$,

$\mathbf{n}$ oznacza jednostkowy wektor, normalny do konturu C .

Całka J wg definicji powyżej posiada niezwykle ważną cechę: jest niezmiennicza od drogi całkowania. Bardzo prosty dowód na niezmienniczość od drogi całkowania całki J przedstawiono w rozdziale D.3.6 w [3].

Całka J jest niezmiennicza od drogi całkowania

Niezależnie jaki kontur całkowania wybierzemy, czy bardzo bliski wierzchołka szczeliny, czy daleki (nawet przebiegający tuż przy zewnętrznej powierzchni próbki) to wartość całki J jest zawsze taka sama. Cecha ta ułatwi nam bez wątpienia numeryczne obliczanie tej wielkości. Niezmienniczość całki J nie występuje jednak zawsze. Musi być spełniony warunek, że energia odkształcenia jest jednoznacznie funkcją odkształceń (patrz dowód na niezmienniczość całki J od drogi całkowania). Taki warunek jest spełniony zawsze dla ciał sprężystych liniowych i nieliniowych oraz dla ciał plastycznych opisywanych **deformacyjną teorią plastyczności**.



Rys. 8.1. Schemat szczeliny wraz z konturem całkowania

Związek konstytutywny dla tych ostatnich jest identyczny z prawem Ramberga-Osgooda ale tylko w przypadku obciążania ciała (tylko wtedy gdy w każdym punkcie ciała rosną naprężenia i to rosną proporcjonalnie). Wykluczyć należy z analizy przypadki wzrastających pęknięć w ciałach plastycznych.

Ograniczenia w stosowaniu całki J

Całka J jest niezmiennicza od drogi całkowania dla ciał liniowo i nieliniowo sprężystych oraz dla ciał plastycznych wg. deformacyjnej teorii plastyczności. W tym ostatnim przypadku tylko dla szczelin stacjonarnych. W najogólniejszym przypadku całka J nie jest niezmiennicza od drogi całkowania dla zagadnień dynamicznych

Na koniec pozostawiliśmy bodajże najważniejszą własność całki J:

Całka J jest równoważna różnicy energii potencjalnych dwóch prawie takich samych, identycznie obciążonych próbek różniących się od siebie jedynie długością szczeliny o infimezmalną długość da

Powyższa interpretacja podana została przez Rice'a i zapisać ją można za pomocą wzoru 8.6 i przedstawić w postaci graficznej tak jak na rysunku 8.2.

$$J = -\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \int_0^P \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \right)_P dP = -\int_0^\Delta \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_\Delta d\Delta, \quad (8.6)$$

gdzie energia potencjalna $\Pi = W - P\Delta = -\bar{W}$; W jest energią odkształcenia, $\bar{W}$ jest komplementarną energią odkształcenia, człon $P\Delta$ oznacza pracę sił zewnętrznych P na przemieszczeniach w punktach przyłożenia sił. Jeśli proces pękania następuje przy $\Delta = \text{const}$, to $\partial\Pi/\partial a = \partial W/\partial a$, jeśli proces pękania następuje przy $P = \text{const}$, to $\partial\Pi/\partial a = \partial\bar{W}/\partial a$.

$$\text{Ponieważ } \bar{W} = \int_0^P \Delta dP, \text{ a } W = \int_0^\Delta P d\Delta \text{ stąd uogólniona definicja całki } J$$

w postaci (8.6). Należy pamiętać, że wzór (8.6) obowiązuje dla jednostkowej grubości próbki. Całka J posiada miano $(N \times m)/m^2 = N/m$, gdyż zmianę energii potencjalnej obliczamy na jednostkowy przyrost powierzchni szczeliny. Ponieważ jednak $dA = da B$, gdzie B jest grubością próbki i zakładając, że $B = 1$ mamy więc $dA = da \times 1 [m^2]$. Dla próbek płaskich o dowolnej stałej grubości spotykać się możemy z zapisem:

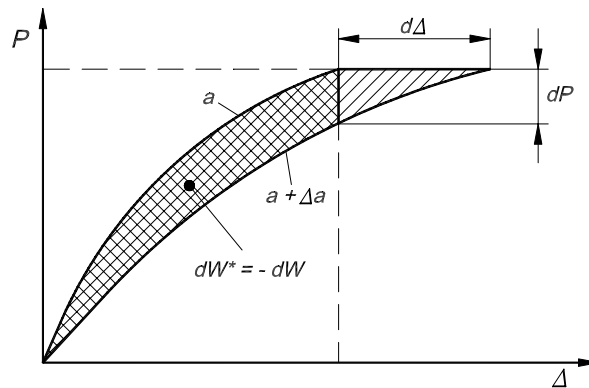
$$J = \frac{1}{B} \int_0^P \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \right) dP \quad (8.7)$$

Pozostajemy dla wygody przy zapisie (8.6), pamiętając jednak o powyższych uwagach.

Gdybyśmy odnieśli rysunek 8.2 do ciała nieliniowo sprężystego to zaciemniony obszar oznaczałby ilość energii uwolnionej z próbki w trakcie przyrostu długości pęknięcia o nieskończenie małą długość da . Oznacza to, że dla takich materiałów całka J ma identyczną interpretację fizyczną jak współczynnik uwalniania energii G_I dla ciał liniowo sprężystych. Faktycznie, łatwo jest wykazać, że gdy policzymy całkę J

dla ciała liniowo sprężystego to $J_I \equiv G_I = \frac{K_I^2}{E}$ dla p.s.n lub $= (1 - \nu^2) \frac{K_I^2}{E}$ dla

p.s.o. Dla ciał plastycznych taka interpretacja nie jest właściwa ze względu na proces odciążenia i właściwsza jest ta podana w ostatniej ramce. Tym niemniej wzory 8.6 i 8.7 mogą być wykorzystane do obliczeń całki J w oparciu o zarejestrowane w trakcie doświadczenia sygnały siły P i przemieszczenia Δ . Do problemu tego powrócimy za moment.



Rys. 8.2. Graficzne przedstawienie interpretacji fizycznej całki J

8.2. CAŁKA J – KRYTERIUM PĘKANIA

Biorąc pod uwagę cechy i właściwości całki J:

- jest amplitudą osobliwego pola naprężeń i odkształceń przed frontem szczeliny,
- odpowiada ilości energii uwolnionej z elementu przy przyroście długości szczeliny o infinitesimalną długość da ,
- jest niezmiennicza od konturu całkowania (*pamiętaj o ograniczeniach*)

możemy przez analogię do kryteriów pękania ciał kruchych **postulować** kryterium pękania w postaci:

$$J_I(\text{długość szczeliny } a, \text{ obciążenie zewnętrzne, parametry geom. elementu}) = J_{IC} \quad (8.8)$$

W powyższym wzorze lewą stronę równania musimy obliczyć rozwiązując określone zagadnienie brzegowe. Najlepiej jest to zrobić numerycznie w oparciu o wzór 8.5, lub korzystając ze stabilizowanych wzorów [3] (gotowych rozwiązań jest w tym przypadku znacznie mniej niż w przypadku współczynników intensywności naprężeń). J_{IC} należy zmierzyć doświadczalnie. To też zadanie będzie stało przed nami i omówione zostanie w dalszej części rozdziału 8 i w rozdziale 9. Zanim jednak przystąpimy do omówienia tego zagadnienia należy rozstrzygnąć czy i kiedy J_{IC} jest stałą materiałową. Rozstrzygnięcie wynika z licznych prac doświadczalnych. Okazuje się, że J_{IC} może być uznane za stałą materiałową gdy badany element (próbka) znajduje się w p.s.o. (podobnie było w przypadku K_{IC}). Stanie się tak jeśli zostaną spełnione poniższe nierówności:

$$b \text{ oraz } B \text{ oraz } a > \alpha \frac{J_{IC}}{\sigma_y} \quad (8.9)$$

gdzie $\alpha = 25$ dla próbek w których występuje przewaga zginania i $\alpha=175$ dla próbek rozciąganych.

8.3. SPOSÓB WYZNACZANIA J_{IC}

Jak wyznaczyć doświadczalnie wartość całki J_{IC} ? Przypomnijmy, że powinna to być wartość zmierzona w momencie inicjacji wzrostu pęknięcia. Nie można powielić procedury zastosowanej dla materiałów kruchych przy wyznaczeniu K_{IC} dla tego przypadku z dwóch powodów. Po pierwsze nie posiadamy wzorów na obliczenie całki J w postaci zamkniętej, analitycznej tak jak w przypadku WIN. Jest to wprawdzie tylko utrudnienie ale nie przeszkoda gdyż możemy tę wartość znaleźć numerycznie, narażając się co najwyżej na niewielkie różnice końcowej wartości zależącej od algorytmów użytych, czy też gęstości siatki w metodzie elementów skończonych. Prawdziwą przeszkodą jest brak możliwości określenia momentu, w którym pęknięcie zacznie wzrastać. Gdy momentu tego nie znamy wszelkie obliczenia numeryczne stają się bezużyteczne. W przypadku ciał kruchych i obliczania WIN przyjęcie umowy co do tego krytycznego momentu było wystarczająco dokładne i uniwersalne. W przypadku materiałów ciągliwych tak nie jest i dla różnych materiałów moment ten następuje w różnym miejscu w stosunku do punktu maksymalnego na krzywej $P-\Delta$, nie pozostawiając na tej krzywej żadnego śladu. Musimy więc rozstrzygnąć dwie sprawy:

- dostarczyć wzór na obliczenie całki J w oparciu o dane otrzymane z eksperymentu,
- podać procedurę określenia lub tylko oszacowania momentu, w którym pęknięcie zacznie wzrastać.

Zacznijmy od pierwszego zadania. Dla tego celu wybierzmy konkretny kształt próbek, który będziemy badać. Dla uproszczenia przyjmijmy ten sam kształt co przy pomiarze K_{IC} (Rys.6.6). Próbkę tę przed próbą poddajemy obciążeniu zmęczeniowemu aby przed frontem mechanicznie wykonanego karbu wprowadzić pęknięcie zmęczeniowe o długości ok. 2mm. Sposób wykonania tego pęknięcia określają odpowiednie normy (cytowane później w tym podrozdziale) oraz wspomniano o tym w rozdziale 6. Najpopularniejszymi próbkami używanymi do pomiaru J_{IC} są próbki zwarte (compact) i trójpunktowo zginane (kolejno rys. 6.6 i 6.5). Dla tych próbek podane zostaną odpowiednie wzory. Jakich wzorów należy użyć? Oczywiście takich, które wynikają z definicji całki J i w których można będzie wykorzystać takie wielkości fizyczne, które są mierzalne w zaprojektowanym przez nas doświadczeniu. Jeśli obciążymy próbkę na maszynie wytrzymałościowej to najłatwiej mierzalnymi wielkościami są siła rozciągająca lub uginająca próbkę oraz

przesunięcie punktu przyłożenia siły. Równie łatwo możemy mierzyć przesunięcie rozwarcia zewnętrznych krawędzi pęknięcia za pomocą ekstensometrów blaszkowych tak jak robiliśmy to przy pomiarze K_{IC} . Z pewnością wielkości tych nie możemy bezpośrednio wykorzystać we wzorze 8.5. Znacznie łatwiej można by je wykorzystać we wzorze 8.6. Tym bardziej, że wzór ten można łatwo przekształcić do innej postaci (szczegóły w [3] rozdz. 4.2.1):

$$J = \frac{\eta A}{b_0 B} = \frac{\eta_{spr} A_{spr}}{b_0 B} + \frac{\eta_{pl} A_{pl}}{b_0 B} = \frac{K_I^2}{E} + \frac{\eta_{pl} A_{pl}}{b_0 B}, \quad (8.10)$$

gdzie $\eta = \eta_{spr} = \eta_{pl} = 2 + 0.522b_0/W$ dla próbek typu compact (gdzie W jest szerokością próbki - patrz rys. 6.6, b_0 jest długością niepękniętego odcinka próbki przed frontem pęknięcia) dla długości szczeliny $a/W > 0.45$. Natomiast dla próbki trójpunktowo zginanej $\eta = 2$. B jest grubością próbki, A jest powierzchnią pod krzywą $P-\Delta$, która oznacza sumaryczną ilość energii zmagazynowanej odwracalnie w próbce oraz dyssypowanej na odkształcenia plastyczne, wzrost pęknięcia, powstanie pustek i mikropełnięć, A_{spr} i A_{pl} oznaczają powierzchnie pod krzywą $P-\Delta$ dotyczące części sprężystej i plastycznej energii.

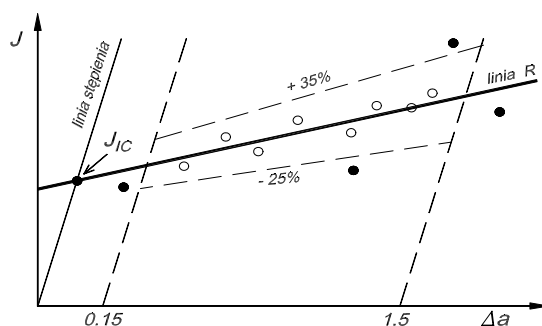
Norma polska zaleca stosowanie wzoru (8.10) w postaci pierwszej równości w 8.10. Wartość krytyczna całki J winna być obliczona dla momentu inicjacji wzrostu pęknięcia. Gdybyśmy więc potrafili wyróżnić ten szczególny moment na wykresie $P-\Delta$ to potrafilibyśmy natychmiast obliczyć wartość A (pole powierzchni pod krzywą) i ze wzoru 8.10 obliczyć J_{IC} . (η znamy, B łatwo zmierzymy, b_0 zmierzymy po dołamaniu próbki po uprzednim „zabarwieniu” przełomu w piecu w temperaturze ok. 300°C; procedury pomiaru a_0 a więc i b_0 opisano w odpowiednich normach np. PN-88/H-04336 lub ASTM-E 1737-96). Problem polega jednak na tym, że nie potrafimy określić momentu inicjacji wzrostu pęknięcia w sposób uniwersalny i jednoznaczny dla szerokiego zakresu materiałów. *(Pewne obiecujące hipotezy dotyczące wyznaczenia momentu inicjacji wzrostu pęknięcia podano w rozdziale 6 pracy [3]).*

Istnieje kilka metod i technik pomiarowych zmierzających do uporania się z tym problemem. W następnym podrozdziale zademonstrujemy jedną z nich, kolejne zaś w rozdziale 9.

8.4. POMIAR CAŁKI J METODĄ WIELU PRÓBEK

Metoda wielu próbek była pierwszą z zaproponowanych dla pomiaru J_{IC} . Obecnie stosowana jest rzadko, choć ciągle istnieje jako jedna z metod w polskiej normie: PN-88/H-04336 i amerykańskiej ASTM-E 1737-96. Technika uległa zmianie, jednakże sama idea pomiaru proponowana w tej metodzie jest identyczna we wszystkich innych. Idea pomiaru polega na zaproponowaniu metody określenia *umownego* momentu inicjacji wzrostu pęknięcia, który byłby możliwie najbliższy tego *rzeczywistego*. Należy podkreślić, że metoda wielu próbek, mimo że najstarsza i najbardziej kosztowna określa ten moment w sposób najbardziej jednoznaczny. Istota tej metody polega na tym, że jej twórcy (J.D.Landes, J.A.Begeley) zaproponowali wykonanie kilku, w miarę możliwości identycznych, próbek (co najmniej pięciu), łącznie z pęknięciem zmęczeniowym przed frontem wyciętego karbu. Następnie każdą próbkę należy obciążyć na maszynie zmęczeniowej do innej wartości przemieszczenia punktu przyłożenia siły Δ_i . W domyśle każdej wartości Δ_i odpowiadać powinna inna wartość przyrostu długości pęknięcia Δa_i . Następnie każdą próbkę odcinamy, wkładamy do pieca (ok. 300°C) w celu zabarwienia przełomu. Po wystudzeniu próbkę dołamujemy i za pomocą mikroskopu laboratoryjnego dokonujemy pomiaru zarówno początkowej długości pęknięcia a_0 jak i b_0 , gdyż $b_0 = W - a_0$ oraz końcowej długości pęknięcia a_k . W ten sposób potrafimy obliczyć przyrost długości pęknięcia

$\Delta a_i = (a_k)_i - (a_0)_i$ gdzie indeks i oznacza kolejny numer próbki, zakładając, że każda kolejna próbka jest obciążana do większej wartości przemieszczenia punktu przyłożenia siły (czyli $a_2 > a_1$). Kolejnym krokiem w analizie jest obliczenie pola powierzchni A_i pod krzywą $P-\Delta$. Zmierzymy więc całkowitą ilość energii, która została dostarczona do próbki od momentu początku jej obciążenia do momentu przerwania próby. Wartości A_i , $(b_0)_i$, B podstawiamy do wzoru 8.10 obliczając kolejne wartości całki J , J_i . W efekcie otrzymamy kilka par współrzędnych punktów na wykresie $J - \Delta a$. Przykładowy wykres przedstawiono na rysunku 8.3



Rys. 8.3. Schemat wyznaczania wartości J_{IC} w oparciu o rezultaty pomiarów uzyskanych w metodzie wielu próbek

Na wykresie poza kilkoma przykładowymi punktami ($J_i, \Delta a_i$) wrysowano kilka linii. Linia prosta wychodząca z początku układu współrzędnych nazywana jest linią stępienia. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy: $\sigma_y + \sigma_m$, czyli $J = (\sigma_y + \sigma_m) \Delta a$. Linia stępienia lub tępienia symuluje proces stępienia ostrej początkowo szczeliny zmęczeniowej na skutek rozwoju obszarów plastycznych przed jej frontem. W czasie procesu stępienia następuje niewielki przyrost długości pęknięcia. Etap stępienia kończy się z chwilą zainicjowania w dnie stępionego pęknięcia ostrego pęknięcia, które będzie dalej wzrastać wraz z obciążaniem próbki. Po wrysowaniu linii stępienia rysujemy dwie linie ograniczające, równoległe do tej pierwszej i mające swój początek w odległości $\Delta a = 0.15 \text{ mm}$ i 1.5 mm . Linie te ograniczą ilość „ważnych” punktów pomiarowych. Punkty $J_i, \Delta a_i$, które znalazły się na zewnątrz obszaru ograniczonego przez linie ograniczające eliminujemy z dalszej analizy. Liczba punktów pozostających pomiędzy liniami ograniczającymi powinna być nie mniejsza niż cztery. W oparciu o te punkty wykreślamy prostą regresji. Prosta ta nazywamy „linią R”. Następnie wrysowujemy dwie linie pomocnicze dające wartości J większe o 35 i mniejsze o 25% w stosunku do linii R. Liczba punktów pomiarowych pozostających w ograniczonym obszarze winna być nie mniejsza niż 4. W innym przypadku należy uznać próbę za nieważną. Następnie linię R ekstrapolujemy w kierunku osi rzędnych. Punkt przecięcia linii R z linią stępienia określi nam wartość J_{IC} **wtedy i tylko wtedy** gdy spełniony zostanie warunek 8.9. Przedstawiona metoda jest zalecana w polskiej normie PN-88/H-04336 jako uzupełniająca. Oś odciętych oznaczona została w tym przypadku jako „całkowity przyrost długości pęknięcia”. Zalecany jako podstawowy sposób wyznaczania ostatecznej wartości całki J_{IC} bazuje na tak zwanym „rzeczywistym przyroście długości pęknięcia”. W tym przypadku nie rysuje się linii stępienia a linie ograniczające są prostopadłe do osi odciętych. Wartość całki J_{IC} odczytuje się jako punkt przecięcia linii R z osią rzędnych. W ćwiczeniu tym skoncentrujemy się jednak na sposobie analizy uwzględniającym linię stępienia gdyż jest on wykorzystywany w innych współcześnie stosowanych metodach.

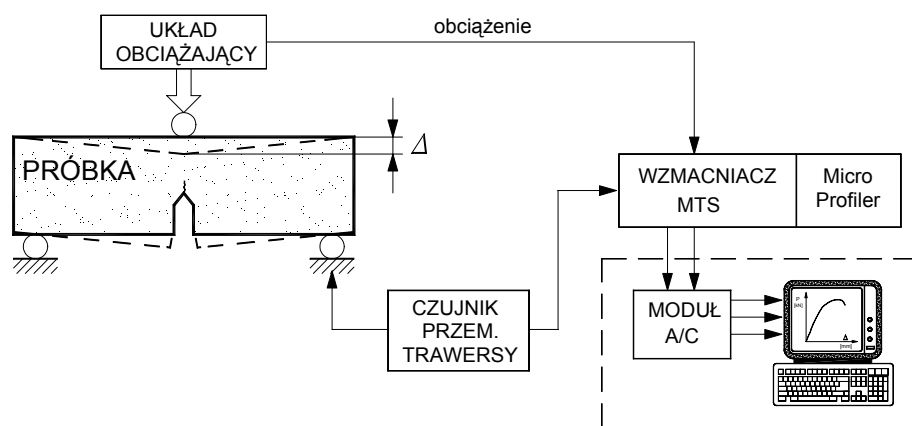
Metoda wielu próbek jest dzisiaj stosowana rzadko w laboratoriach ze względu na jej czas i kosztochłonność. Co więcej, gdybyśmy chcieli ją dziś prawidłowo stosować to wzór 8.10 winien być zastąpiony przez:

$$J_{i+1} = \left[J_i + \left(\frac{\eta}{b} \right)_i \frac{A_{i,i+1}}{B} \right] \left[1 - \frac{\gamma_i}{b_i} (a_{i+1} - a_i) \right], \quad (8.11)$$

gdzie $\gamma_i = \gamma = 1$, $\eta_i = \eta = 2$ dla próbki trójpunktowo zginanej, $\gamma_i = 1 + 0.7 b_i/W$, $\eta_i = 2 + 0.522 b_i/W$ dla próbek compact (przy $a/W > 0.45$), $A_{i,i+1}$ jest fragmentem powierzchni pod krzywą $P-\Delta$ pomiędzy i -tym i $i+1$ krokiem pomiarowym, B jest grubością próbki, $b = W - a$, W jest szerokością próbki, a jest długością szczeliny.

Indeksy i oraz $i+1$ wskazują na kolejny krok pomiarowy, w którym określamy całkę J . Wzór 8.10 został wyprowadzony dla szczeliny stacjonarnej. Powinien być więc stosowany jedynie do momentu inicjacji wzrostu pęknięcia. W przytoczonej procedurze tak jednak nie jest. Wzór 8.11 został wyprowadzony przez Ernsta dla przypadku gdy szczelina wzrasta i zarówno a jak i b zmieniają się. Wzór ten jest stosowany we wszystkich współczesnych normach. Należy jednak stwierdzić, że różnice wynikające z obliczeń w oparciu o wzory 8.10 i 8.11 są duże tylko dla znacznych przyrostów długości pęknięcia. W analizowanych przez nas przypadkach gdy $\Delta a \leq 1.5 \text{ mm}$ popełniany błąd nie jest bardzo duży.

8.5. PRZEBIEG ĆWICZENIA. SCHEMAT UKŁADU POMIAROWEGO



Rys.8.4. Schemat układu pomiarowego

W niniejszym ćwiczeniu rejestrować będziemy następujące sygnały:

- sygnał siły obciążającej w czasie, (przetworzony sygnał z analogowego na cyfrowy, częstota próbkowania 0,05 1/s, zapisany w formacie tekstowym),
- sygnał przemieszczenia punktu przyłożenia siły (przetworzony sygnał z analogowego na cyfrowy, częstota próbkowania 0,05 1/s, zapisany w formacie tekstowym),
- szerokość W próbki, grubość B próbki za pomocą suwmiarki,
- początkowa długość szczeliny a_0 , końcowa długość szczeliny b_0 , za pomocą mikroskopu laboratoryjnego.

Po zarejestrowaniu sygnałów należy:

- wykreślić wykres $P=P(\Delta)$ za pomocą programów: Grapher, Excel, Fracture
- lub innym,
- scałkować powierzchnię pod krzywą $P=P(\Delta)$,
- w oparciu o wzory 8.10 i 8.11 wyznaczyć kolejne wartości całki J ,

- narysować wykres podobny do 8.3,
- narysować linię R,
- wyznaczyć krytyczną wartość całki J,
- sprawdzić w oparciu o wzór 8.9 czy otrzymana wartość może być uznana za wartość J_{IC} ,
- sporządzić protokół z badań.

Rezultaty pomiarów należy zestawić w tabeli jak poniżej:

Gatunek materiału, obróbka cieplna:

Typ próbki:

Granica plastyczności:

Numer próbki	A_i (Nm)	a_0 (mm)	a_k (mm)	Δa (mm)	B (mm)	W (mm)	J_c (N/m)

8.6. ZAWARTOŚĆ SPRAWOZDANIA

1. Krótki opis teoretyczny.
2. Cel ćwiczenia.
3. Schemat układu pomiarowego.
4. Wyniki pomiarów i obliczeń, wykresy, wnioski:
 - wykresy $P=P(\Delta)$,
 - krzywa $J-R$,
 - tabela jak wyżej,
 - wnioski.

8.7. WYMAGANY ZAKRES WIADOMOŚCI NA SPRAWDZIANIE

1. Charakter pól naprężeń, odkształceń i przemieszczeń wokół wierzchołka szczeliny w materiałach nieliniowych wg. prawa Ramberga-Osgooda.
2. Co jest amplitudą osobliwego pola naprężeń w rozwiązaniu HRR?
3. Definicja całki J.
4. Podstawowa własność całki J i ograniczenia w jej stosowaniu.
5. Interpretacja fizyczna całki J.
6. Kryterium pęknięcia przy wykorzystaniu całki J.
7. Kiedy J_{IC} może być uznana za stałą materiałową?
8. Schemat pomiarowy do pomiaru J_{IC} metodą wielu próbek.

9. Istota metody wielu próbek do pomiaru J_{IC} .
10. Podać wzór do obliczenia całki J w metodzie wielu próbek.
11. Sposób opracowania wyników przy pomiarze J_{IC} metodą wielu próbek.

Literatura

1. HUTCHINSON, J.W.: Singular behaviour at the end of the crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Tom 16 str. 13-31, 1968
2. RICE, J.R., ROSENGREN, G.F.: Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Tom 16 str. 1-12, 1968
3. NEIMITZ, A.: Mechanika Pękania. Warszawa: PWN 1998
4. RICE, J.R.: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, Tom 35, str. 379-386, 1968
5. CZEREPANOV, G.P.: O rasprostranienii trieszczin w splosznoi sriedi. *PMM*, Tom 31, Nr 3, str.476-488, 1967 (w języku rosyjskim)