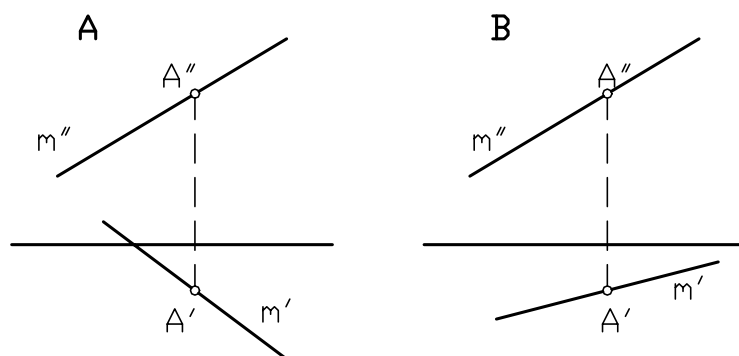


Konstrukcje podstawowe

1. Konstrukcja elementu przynależnego (KEP)

- 1.1. przynależność punktu do prostej (typowe zadania to wykreślenie punktu leżącego na prostej $A \in m$ oraz wykreślenia prostej przechodzącej przez punkt $m \in A$)

Prosta i punkt przynależą do siebie jeśli ich jednoimienne rzuty również przynależą do siebie. Na rysunku A zadanie polega na odnalezieniu rzutu punktu A leżącego na prostej m. Na rysunku B należy skonstruować dowolną prostą przechodzącą przez punkt A. Rozwiązanie jest na tyle trywialne, że nie wymaga tłumaczenia.

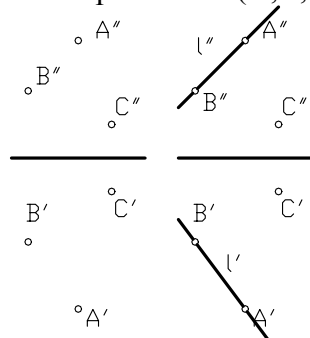


- 1.2. przynależność prostej do płaszczyzny (typowe zadania to wykreślenie prostej leżącej na płaszczyźnie $m \in \alpha$ oraz skonstruowanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą $\alpha \in m$).

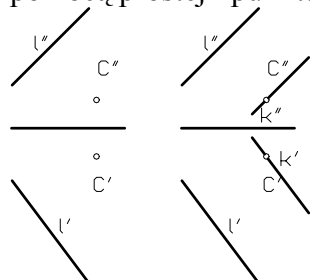
Prosta leży na płaszczyźnie jeśli dwa punkty przez które przechodzi ta prosta leżą na płaszczyźnie.

Prosta leży na płaszczyźnie również wtedy, gdy przechodzi przez punkt leżący na płaszczyźnie i jest równoległa do innej prostej leżącej na płaszczyźnie.

Zadanie polega na narysowaniu dowolnej prostej l na płaszczyźnie danej za pomocą trzech punktów $\alpha(A, B, C)$.

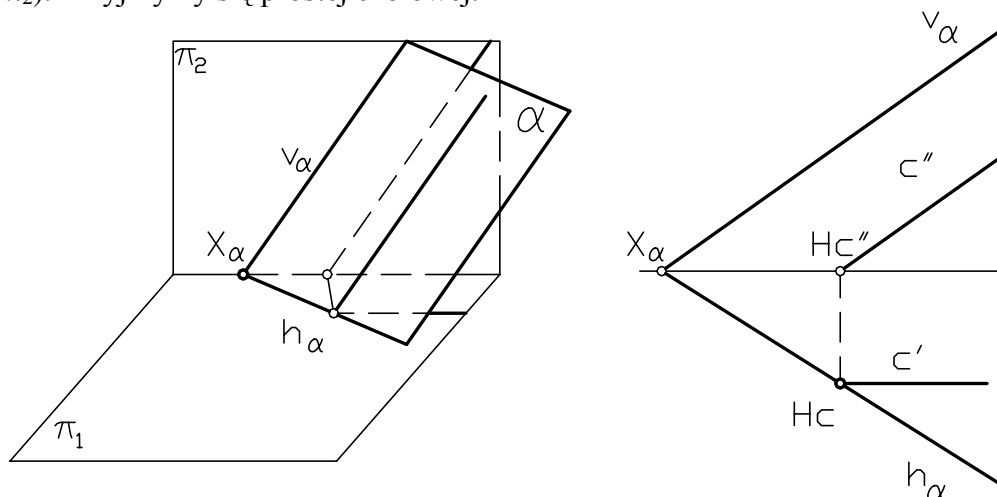


Kolejne zadanie polega na narysowaniu linii k leżącej na płaszczyźnie danej za pomocą prostej i punktu $\alpha(l, C)$.



Na szczególną uwagę wśród prostych przynależnych do płaszczyzny zasługują dwie: prosta czołowa (równoległa do rzutni π_2) oraz prosta pozioma (równoległa do rzutni

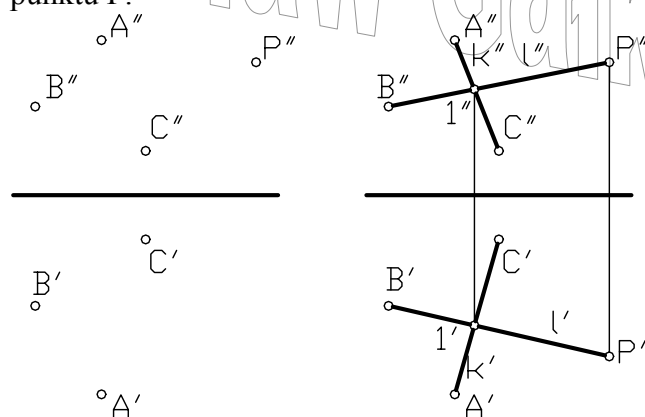
π_2). Przyjrzyjmy się prostej czołowej.



1.3. przynależność punktu do płaszczyzny

Przynależność punktu do płaszczyzny realizuje się przez przynależność punktu do prostej leżącej na płaszczyźnie

Zadanie polega na znalezieniu brakującego rzutu punktu P leżącego na płaszczyźnie $\alpha(A, B, C)$. Zgodnie z tym co powiedziałem szukamy linii leżącej na podanej płaszczyźnie, na której leży punkt P. Jest to linia $l(A, P)$, ale aby ją wykreślić na poziomej rzutni brakuje dodatkowego punktu. Dlatego rysujemy pomocniczą linię $k(A, C)$ którą możemy odtworzyć w rzucie poziomym i znaleźć punkt 1 w którym przecinają się linie k i l . Teraz już w prosty sposób możemy znaleźć brakujący rzut punktu P.



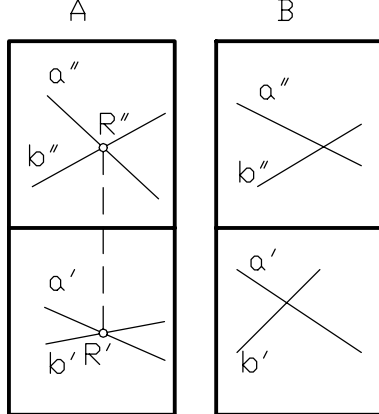
2. Konstrukcja elementu wspólnego (KEW)

2.1. część wspólna dwóch prostych

$$a \cap b = R$$

Dwie proste mają wspólny punkt P jeśli leży on równocześnie na obu prostych. Niby proste ale co z tego wynika? Wynika z tego, że jeśli rzuty dwóch prostych przecinają się i punkty przecięcia na obu rzutniach da się połączyć prostą odnoszącą to jest to punkt przecięcia tych prostych.

Na rysunku A proste przecinają się, zaś na rysunku B nie.



2.2. część wspólna dwóch płaszczyzn

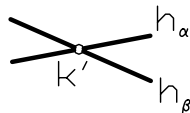
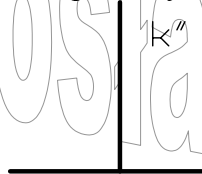
$$\alpha \cap \beta = k \quad \alpha \neq \beta \text{ i } \alpha \nparallel \beta$$

Do wyznaczenia krawędzi dwóch płaszczyzn musimy znaleźć:

- dwa różne punkty leżące jednocześnie na obu płaszczyznach
- punkt leżący jednocześnie na dwóch płaszczyznach i prostą równoległą do obu płaszczyzn.

Rozpatrzmy możliwe ustawienia płaszczyzn względem rzutni

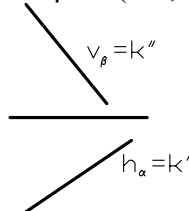
2.2.1. obie płaszczyzny prostopadłe do jednej rzutni $\alpha \perp \pi_i$ i $\beta \perp \pi_i$ ($i=1,2$)



$$\begin{aligned} \alpha &\perp \pi_1 \\ \beta &\perp \pi_1 \\ \alpha \cap \beta &\perp \pi_1 \\ k &\subset \alpha \perp \pi_1 \\ k &\subset \beta \perp \pi_1 \end{aligned}$$

2.2.2. każda z płaszczyzn jest prostopadła do innej rzutni $\alpha \perp \pi_1$ i $\beta \perp \pi_2$,

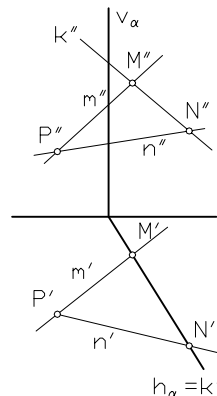
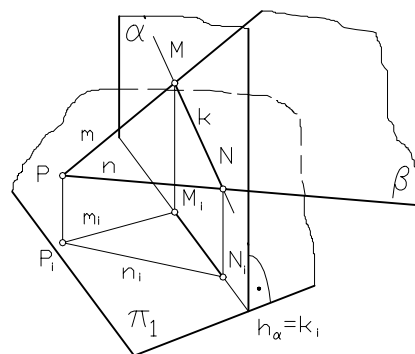
$$\alpha \cap \beta \perp \pi_i (i=1,2)$$



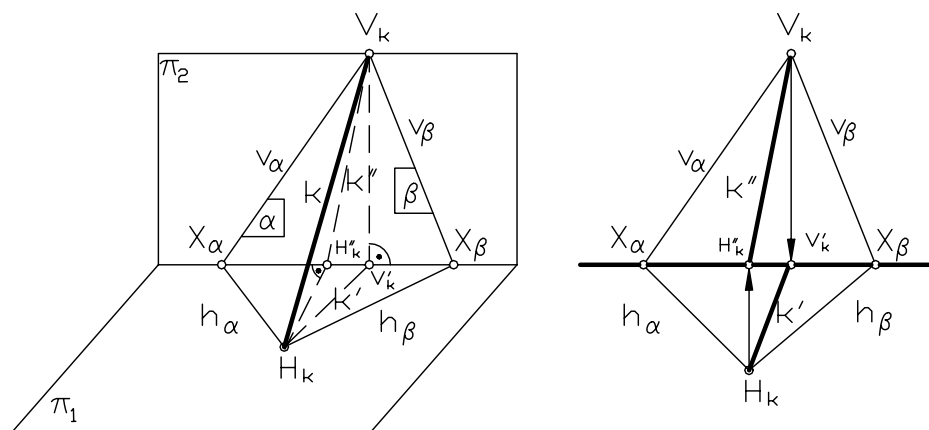
No cóż w tym wypadku rozwiązanie również jest proste ponieważ rzuty wspólnej prostej pokrywają się ze śladami

2.2.3. jedna z płaszczyzn jest prostopadła do rzutni zaś druga dowolna $\alpha \perp \pi_i$ $\beta \nparallel \pi_i$

$$\alpha \cap \beta \perp \pi_i$$



Jak widać w jednym z rzutów krawędź przecięcia pokryje się ze śladem płaszczyzny. Aby odtworzyć położenie w drugim rzucie musimy wykorzystać punkty M i N, które powstały na liniach m i n tworzących płaszczyznę dowolną (po przecięciu ze śladem). Spróbujmy znaleźć krawędź przecięcia dwóch płaszczyzn określonych za pomocą śladów.



2.2.4. krawędź przecięcia dwóch dowolnych płaszczyzn $\alpha \pm \pi_i$ oraz $\beta \pm \pi_i$

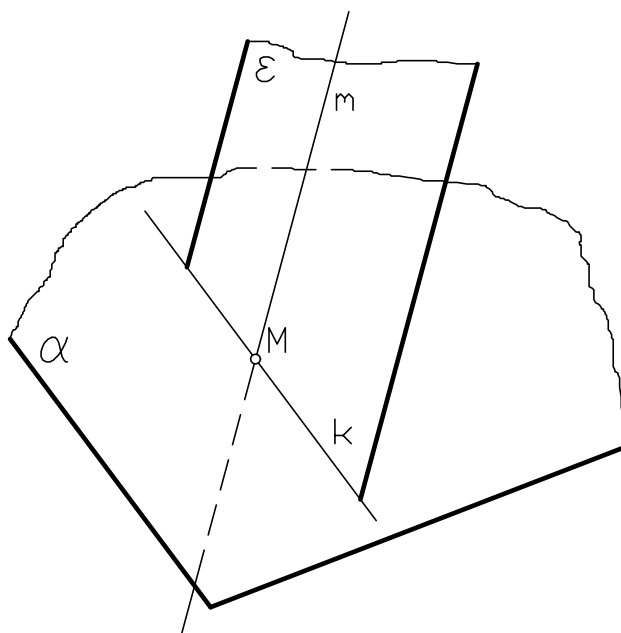
$\alpha \cap \beta \pm \pi_i$

Rozwiązanie tego zadania sprowadza się do dwukrotnego wykorzystania następującej konstrukcji czyli znalezienia części wspólnej prostej i płaszczyzny.

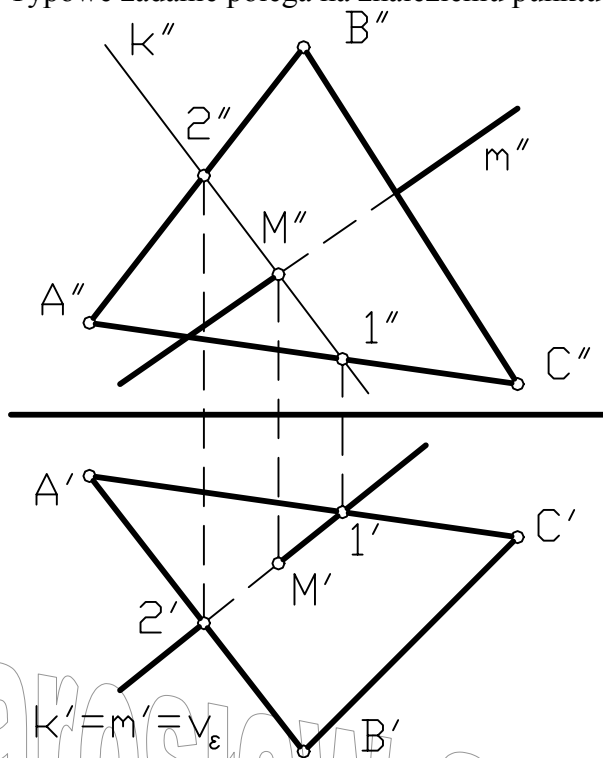
2.3. część wspólna płaszczyzny i prostej

$\alpha \cap m = M \quad (m \nparallel \alpha, m \not\subset \alpha)$

Zadanie takie należy rozpocząć od przeprowadzenia przez linię płaszczyzny ε prostopadłej do jednej z rzutni ($m \in \varepsilon \quad (\varepsilon \perp \pi_i)$). Na przecięciu płaszczyzn α i ε tworzy się linia $k \quad (\alpha \cap \varepsilon = k)$. Jej przecięcie z linią m to punkt M , który stanowi punkt przebiecia prostej M z płaszczyzną α .



Typowe zadanie polega na znalezieniu punktu przebiecia prostej z płaszczyzną.



$\alpha(A,B,C)$

$m \not\subset \alpha$ oraz $m \nparallel \alpha$

$\alpha \cap m = M$

1. $m \in \varepsilon \perp \pi_1$

2. $\alpha \cap \varepsilon = k$

3. $k \cap m = M$